Matlab.

Николай Манев

Глава 1

Линейна алгебра.

1.1 Въведение

Стартиране на Matlab.
Описание на прозорците:

- Command Window
- Current Directory
- Workspace (напишете $v = [1\ 2\ 3]$)
- Command History
- Help (www.mathworks.com)
- Matlab Editor: за създаване на .m файл
  (Toolbar → Desktop → Editor)
- Profile: за анализ на написаните програми

Основни операции:

- $+, \quad -, \quad ^*, \quad \hat{}, \quad '$ (транспониране)
- поелементни действия с матрици: .*, . ^, ./
- ... - пренасяне на следващия ред в командния прозорец

1.1.1 Генериране на вектори и матрици. Операции с тях

Изпълнете следните команди и зижте резултата. Направете справка с Help какво вършат съответните команди.

c=[1;2;3] v' v=[1:9]   u=[1:15];   zeros(5)   zeros(3,4)

b=ones(1,3)   diag([1 2 3])   U=reshape(u,3,5)   reshape(U',1,15)

reshape(U,1,15)   A=reshape(v,3,3)$'$ A+A   2*A   A*b$'$ A.*A   A.^ 2

det(A)   rank(A)   inv(A)   B=A;   B(3,3)=8;   B   det(B)   inv(B)

rand(3,4)   R=10*rand(3,4)   fix(R)   floor(R)   ceil(R)

C=[B b']   D=[B;b]   size(C)   length(v)   max(v)

find(A)   find(R>6)

Едно просто приложение

материали	1	2	3	4	5
цена	300	550	400	250	500
януари	5	3	6	3	2
февруари	4	2	5	5	4
март	6	4	3	4	3
април	7	1	5	6	4

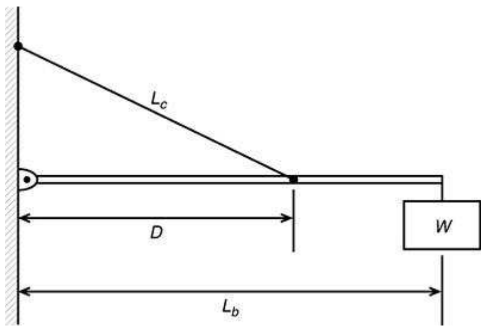
Колко средства са изразходени за материал 3?

s=sum(T(2:5,3))*T(1,3)

Колко средства са изразходени през месец февруари?

p=T(1,:)*T(3,:)$'$ или p=dot(T(1,:),T(3,:));

Пример 1. *Да се намери D, за което да е минимална силата на опън T в окачвача на фигура 1.2.1 с $L_c = 3,\ \ L_b = 4,\ \ W = 400N$*



Фигура 1.1: .

От баланса на моментите следва, че

$$TD \sin\alpha = L_b W; \qquad \text{където} \qquad \sin\alpha = \frac{\sqrt{L_c^2 - D^2}}{L_c}.$$

$$T = \frac{L_c L_b W}{D\sqrt{L_c^2 - D^2}}$$

D=.2:.2:3; T=4*3*400./(D.*sqrt(9-D.^ 2));

[F_m, ind] = min(T); $\Longrightarrow$ F_m= 1337.2, ind= 11

Следователно D$_{min}$ = 11 × 0.2 = 2.2 м.

Пример 2. Изображенията като матрици.

Черно-белите изображения могат да се представят като матрици, чиито елементи са цели числа между 0 и 255, т.е. числа във формат uint8 (8 bits unsigned integers). Да конструираме едно такова изображение:

kron(A,B) дава Кронекеровото (тензорно) произведение на матриците A и B. Изпълнете

I=kron(reshape([0:63],8,8),4*ones(32)); size(I)

Получаваме 256×256 матрица от числа в интервала [0, 255], но Matlab ги разглежда като double. За да станат uint8 трябва да изпълним uint8(I). С командата

colormap(gray); imagesc(uint8(I)) или image(uint8(I))

ще видим конструираното изображение. (Виж също imshow(I/255) или imshow(uint8(I)))

Числото 0 отгораря на черното, 255 на бялото. Числата между тях дават степените на сивото.

1.1.2 Работа с .m файлове (Нашата първа програмка!)

Да се намери обема на тетраедъра с върхове
A=[-2, 2, 2]; B=[-1, 1, 3]; C=[-2, 0, -2]; D=[-1, 4, 3];

```
[B-A; C-A; D-A]        det([B-A; C-A; D-A])
V=abs(det([B-A; C-A; D-A])/6)
```

Да направим функция:

```
function V=obem(A, B, C, D)
V=abs(det([B-A; C-A; D-A])/6);
V
```

Лице на ΔABC***:***

```
function [ ]=lice(A,B,C)
D=cross(B-A,C-A);
L=D*D' или L=dot(D,D);
S=sqrt(L)/2
```

Програма към Пример 1.

```
function D=tensil(Lc,Lb,W)
D=0.05:0.05:Lc;
T=W*Lb*Lc./(D.*sqrt(Lc^ 2 – D.^ 2));
[F, ind]=min(T);
D=ind*0.05;
```

1.1.3 Основни входно-изходни операции

save - създава файл matlab.mat, който съдържа всички променливи;

save A A - създава файл A.mat, който съдържа само променливата A; ако са изредени няколко променливи файла ги съдържа;

save B.txt B -ascii - създава файл, който съдържа A, но като ascii файл.

whos (who) matlab.mat – показва какви променливи има без да е необходимо да се зареждат в паметта

load A.mat – зарежда в паметта променливите записани във файла A.mat;

load -ascii b.txt – зарежда в паметта променливите записани във файла B.txt, които трябва да са в ASCII формат;

Im=imread('Lenna_std.jpg') – записва изображението в паметта като променлива Im. Виж size(Im).

imwrite(uint8(I),'tablica.jpg') – записва променливата (матрицата) I като файл tablica.jpg

1.2 Системи линейни уравнения

Да решим системата $B\mathbf{x} = c, \quad c = b'$: $\quad \mathbf{x} = B\backslash c \quad \mathbf{x} = \mathrm{inv}(B) * c$

Получаваме $\mathbf{x} = [-1\ 1\ 0]'$, което се подтвърждава от $\quad B * \mathbf{x} = c$

Уравненията $BX = A$ и $YB = A$: $\quad X = B\backslash A \quad Y = A/B$.

Какво може да кажем за $A\mathbf{x} = c$? (det(A)=0!)

rank(A) $\quad x = A\backslash c \quad$ rref(A) $\quad$ rref([A c])

$x_3 = p, \quad x_2 = 1 - 2p, \quad x_1 = p - 1$, т.е. решението е $[p-1, 1-2p, p]'$. При $p = -1.5 \implies$ [-2.5 4 -1.5]

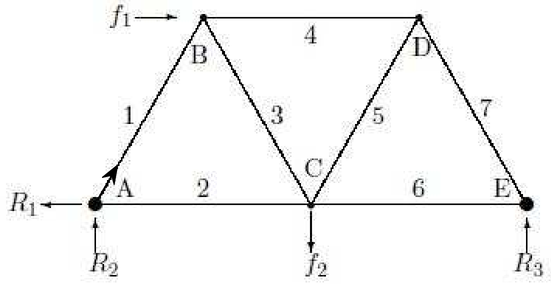
d=[1 1 2]'; $\quad$ rref([A d]) $\quad A\backslash d$

1.2.1 Изчисляване на ферми

Определете опорните реакции и усилията в прътите на фермата

Изчисляване на опорните реакции; $f_1 = 1\,000N,\ f_2 = 5\,000N$.

От баланса на силите получаваме: $R_1 = f_1; \quad R_2 + R_3 = f_2$.
От баланса на моментите относно точка A получаваме:
$0.R_2 - 1.f_2 + 2R_3 - h.f_1 = 0$
От баланса на моментите относно точка B получаваме:
$-hR_1 - \frac{1}{2}R_2 - \frac{1}{2}f_2 + \frac{3}{2}R_3 = 0$.



Фигура 1.2: Всички пръти имат една съща дължина 1 м. Височините от точки B и D към правата AE са равни на $h = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60°$. Ъглите са $60°$

Следователно

$$\left| \begin{array}{llllll} R_1 & & & = & f_1 \\ & R_2 & +R_3 & = & f_2 \\ & & 2R_3 & = & \frac{\sqrt{3}}{2} f_1 + f_2 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} R_1 & +\frac{1}{2} R_2 & -\frac{3}{2} R_3 & = & -\frac{1}{2} f_2 \end{array} \right.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \sqrt{3} & 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} f_1 + f_2 \\ -f_2 \end{pmatrix}$$

т.е. $\mathbf{A} * \mathbf{R} = \mathbf{F}$, откъдето $\mathbf{R} = \mathbf{A} \backslash \mathbf{F}$.

function R=Rferma(f) % $f = [f_1, f_2]$
$h = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
RA=[1 0 0; 0 1 1; 0 0 2; 2*h 1 -3]; Rb=[f(1) f(2) h*f(1)+f(2) -f(2)];
$R = RA \backslash Rb$;

Изчисляване на усилията в прътите;

Нека s_i е усилието в прът i. Приемаме, че са на опън, т.е. насочени са навътре по пръта (получаването на отрицателна стойност означава, че усилието е натиск). От баланса на силите по всяка от осите Ox и Oy получаваме по две уравнения за всеки възел, общо 10 уравнения със 7 неизвестни.

A: $Ox: \frac{1}{2}s_1 + s_2 - R_1 = 0; \qquad Oy: \frac{\sqrt{3}}{2}s_1 + R_2 = 0$
B: $Ox: -\frac{1}{2}s_1 + \frac{1}{2}s_3 + s_4 + f_1 = 0; \quad Oy: \frac{\sqrt{3}}{2}s_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}s_3 = 0.$
C: $Ox: -s_2 - \frac{1}{2}s_3 + \frac{1}{2}s_5 + s_6 = 0; \quad Oy: \frac{\sqrt{3}}{2}s_3 + \frac{\sqrt{3}}{2}s_5 - f_2 = 0.$
D: $Ox: -s_4 - \frac{1}{2}s_5 + \frac{1}{2}s_7 = 0; \quad Oy: -\frac{\sqrt{3}}{2}s_5 - \frac{\sqrt{3}}{2}s_7 - f_2 = 0.$
E: $Ox: -s_6 - \frac{1}{2}s_7 = 0; \qquad Oy: -\frac{\sqrt{3}}{2}s_7 + R_3 = 0.$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & h & 0 & h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} R_1 \\ -R_2 \\ 0 \\ -f_1 \\ 0 \\ f_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -R_3 \end{pmatrix}$$

$S = \mathbf{B}\backslash\mathbf{b}$.

```
function T=Tferma(f) % f = [f1, f2]
h=sqrt(3)/2;     R=Rferma(f);
TA=[.5 1 0 0 0 0 0; h 0 0 0 0 0 0; 1 0 1 0 0 0 0; -.5 0 .5 1 0 0 0;
0 -1 -.5 0 .5 1 0; 0 0 h 0 h 0 0; 0 0 0 -1 -.5 0 .5; 0 0 0 0 1 0 1;
0 0 0 0 0 1 .5; 0 0 0 0 0 0 h];
Tb=[R(1) -R(2) 0 -f(1) 0 f(2) 0 0 0 -R(3)]';
T=TA\Tb;
```